管の長さと定常波の波長・振動数の関係

閉管の場合

管の長さLと波長λ_{2n-1}

管の長さは，定常波の波長をλとすると，$\dfrac{\lambda}{4}$（節と腹の最小間隔）の奇数倍で表せる。

管の長さをLとすると，

$$L=\frac{\lambda_1}{4}\times 1,\frac{\lambda_2}{4}\times 3,\frac{\lambda_3}{4}\times 5,\cdots,\frac{\lambda_n}{4}\times(2n-1) \qquad \therefore \lambda_n=\frac{4}{2n-1}L$$

ここで，紛らわしさを避けるため，λ_{2n-1}と書き改めて，

$$\lambda_{2n-1}=\frac{4}{2n-1}L$$

とする。

また，$\lambda_1=4L$より，

$$\lambda_{2n-1}=\frac{\lambda_1}{2n-1}$$

λ_{2n-1}となる振動を$(2n-1)$倍振動，とくに$2n-1=1$のときの振動を基本振動と呼ぶ。

波長λ_{2n-1}と固有振動数f_{2n-1}

音速をVとすると，$f_{2n-1}\cdot\lambda_{2n-1}=V$であり，

$f_1\cdot\lambda_1=f_{2n-1}\cdot\lambda_{2n-1}$より，$f_{2n-1}=\dfrac{\lambda_1}{\lambda_{2n-1}}f_1$

これと$\lambda_{2n-1}=\dfrac{\lambda_1}{2n-1}$より，$f_{2n-1}=(2n-1)\cdot f_1$

開管の場合

管の長さLと波長λ_n

管の長さは，定常波の波長をλとすると，$\dfrac{\lambda}{2}$（腹と腹の最小間隔）の自然数倍で表せる。

管の長さをLとすると，

$$L=\frac{\lambda_1}{2}\times 1, \frac{\lambda_2}{2}\times 2, \frac{\lambda_3}{2}\times 3, \cdots, \frac{\lambda_n}{2}\times n \qquad \therefore \lambda_n=\frac{2}{n}L$$

また，$\lambda_1=2L$より，

$$\lambda_n=\frac{\lambda_1}{n}$$

λ_nとなる振動をn倍振動，とくに$n=1$のときの振動を基本振動と呼ぶ。

波長λ_nと固有振動数f_n

音速をVとすると，$f_n\cdot\lambda_n=V$であり，

$f_1\cdot\lambda_1=f_n\cdot\lambda_n$より，$f_n=\dfrac{\lambda_1}{\lambda_n}f_1$

これと$\lambda_n=\dfrac{\lambda_1}{n}$より，$f_n=n\cdot f_1$

まとめ

閉管（長さL）の場合

$$L=\frac{\lambda_{2n-1}}{4}\times(2n-1)$$

$$\lambda_{2n-1}=\frac{\lambda_1}{2n-1}$$

$$f_1\cdot\lambda_1=f_{2n-1}\cdot\lambda_{2n-1}=V$$

$$f_{2n-1}=(2n-1)\cdot f_1$$

開管（長さL）の場合

$$L=\frac{\lambda_n}{2}\times n$$

$$\lambda_n=\frac{\lambda_1}{n}$$

$$f_1\cdot\lambda_1=f_n\cdot\lambda_n=V$$

$$f_n=n\cdot f_1$$